b) Déterminer l'image du point B.
c) Déterminer la nature de T et préciser ses éléments caractéristiques.

2) On pose $z = x + iy$, avec x et y réels.
   a) Pour $z \neq 0$, calculer la partie réelle du quotient $\frac{z'}{z}$ en fonction de x et de y
   b) Démontrer que l'ensemble (Γ) des points du plan, tels que le triangle OMM' soit rectangle en O, est un cercle dont on précisera le centre et le rayon, privé de deux points. Tracer (Γ)

3) Dans cette question, on pose $z = 1+ i$
   a) Vérifier que M ∈ (Γ) et placer M et M' sur la figure.
   b) Calculer $|z'|$ et l'aire du triangle OMM' en cm².

Exercice N°4 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

Soit f la transformation du plan qui à tout point $M(x, y)$ associe le point $M'(x', y')$ tel que $\begin{cases} x' = y + 2 \\ y' = -x \end{cases}$.

1. Donner l'expression complexe de f et montrer que c'est une rotation que l'on caractérisera.
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): (i-1)z^2 - 2i(m+1)z + (1+i)(m^2+1) = 0$ où m est un paramètre complexe.

a) Soient les points M_1 et M_2 d'affixes respectives $z_1 = m - i$ et $z_2 = 1 - im$. Etablir une relation indépendante de m liant z_1 et z_2.

b) Montrer que $M_2 = f(M_1)$ et en déduire la nature du triangle AM_1M_2 où A(1 – i).

4. Dans cette question, on prend $m = e^{i\theta}$ où θ est un réel de $[0, \pi]$.

a) Déterminer et construire l'ensemble des points M_1 quand θ décrit $[0, \pi]$.

b) Déterminer, suivant les valeurs de θ, le module et un argument éventuel de z_1.

Exercice N°5 :

Soit θ un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0, \pi[$, on considère dans $\mathbb{C}$,
l'équation $(E_\theta): z^2 - (2i + e^{i\theta})z - 1 + ie^{i\theta} = 0$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_θ) et mettre les solutions sous formes exponentielles.
2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, unité graphique 2 cm, on considère les points A et M d'affixes respectives $z_A = i$ et $z = i + e^{i\theta}$.
   Déterminer et construire l'ensemble ξ des points M quand θ décrit l'intervalle $]0, \pi[$.
3. On appelle M' l'image de M par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2} - \theta$. On note z' l'affixe de M'.
   a) Montrer que $z' = -\bar{z}$ et M' appartient au cercle Γ de centre A et de rayon 1.
   b) Montrer que M et M' sont symétriques par rapport à l'axe $\left(O, \vec{v}\right)$.
4. Dans toute la suite, on prend $\theta = \frac{\pi}{3}$.
   On appelle r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{6}$. On note A' l'image de A par r.
   a) Donner l'affixe $z_{A'}$ du point A' sous forme exponentielle.
   b) Définir l'image Γ' du cercle Γ par r.
      Placer sur la figure A, A', Γ, M, Γ' puis le point M' image de M par r.
   c) Montrer que le triangle AMM' est équilatéral.
   d) Justifier que les cercles Γ et Γ' se coupent en O et en M'.

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn